



ce
pre
UNI

Física

CICLO
PREUNIVERSITARIO
2023-1





ce
pre
UNI

Física

SISTEMA DE PARTÍCULAS

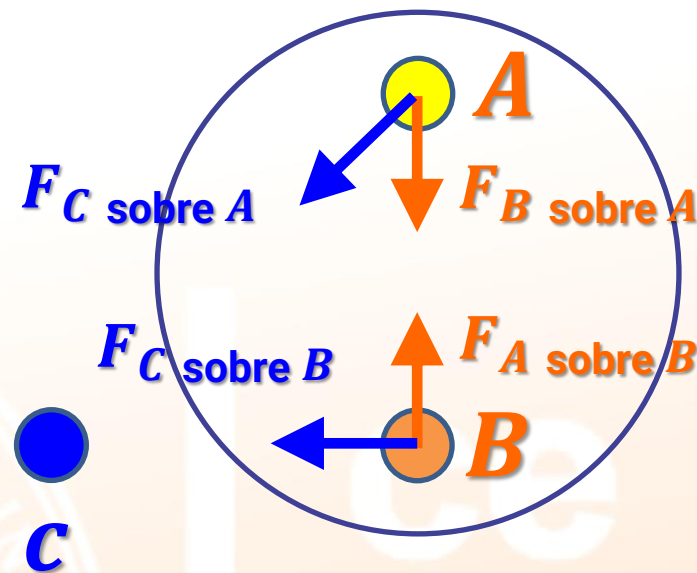
ce
pre
UNI

SISTEMA DE PARTÍCULAS

Un sistema de partículas es un conjunto de partículas a los cuales analizaremos como si fuesen un nuevo cuerpo.

Para el sistema de partículas formado por las partículas **A** y **B**, distinguiremos las fuerzas sobre las partículas del sistema:

- Las fuerzas que se aplican mutuamente las partículas del sistema (par acción-reacción) se llaman **fuerzas internas** (F_A sobre B y F_B sobre A)
- Las fuerzas aplicadas por cuerpos que no pertenecen al sistema sobre las partículas del sistema se llaman **fuerzas externas** (F_C sobre A y F_C sobre B)



Las cantidades físicas de un sistema de partículas son la suma de las cantidades físicas de las partículas del sistema, por ejemplo para el sistema formado por las partículas A y B :

$$\vec{I}^{\text{Neto}}_{SIST} = \vec{I}^{\text{Neto}}_A + \vec{I}^{\text{Neto}}_B$$

$$\vec{p}_{SIST} = \vec{p}_A + \vec{p}_B$$

$$m_{SIST} = m_A + m_B$$

$$E_{kSIST} = E_{kA} + E_{kB}$$

El impulso de toda fuerza, sea interna o externa, cambia la cantidad de movimiento de las partículas del sistema .

Analizaremos como afecta el impulso de estas fuerzas a la **cantidad de movimiento del sistema** (la suma de las $\vec{p}$ de las partículas).

En el caso de las fuerzas internas, por 3° Ley de Newton,

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} = -\vec{F}_{A \text{ sobre } B} \text{ en todo } \Delta t \Rightarrow \vec{I}^{F_B \text{ sobre } A} =$$

$$\text{Como } \vec{I}^{\text{Neto}} = \sum \vec{I}^{\text{cada fuerza}} = \vec{p}_F - \vec{p}_I$$

$$\vec{I}^{\text{Neto}}_A = \cancel{\vec{I}^{F_B \text{ sobre } A}} + \vec{I}^{F_C \text{ sobre } A} = \vec{p}_{A_F} - \vec{p}_{A_I}$$

$$\vec{I}^{\text{Neto}}_B = \cancel{\vec{I}^{F_A \text{ sobre } B}} + \vec{I}^{F_C \text{ sobre } B} = \vec{p}_{B_F} - \vec{p}_{B_I}$$

$$\begin{aligned} \vec{I}^{\text{Neto}}_{SIST} &= \vec{I}^{F_C \text{ sobre } A} + \vec{I}^{F_C \text{ sobre } B} \\ &= \underbrace{\vec{p}_{A_F} + \vec{p}_{B_F}} - \underbrace{(\vec{p}_{A_I} + \vec{p}_{B_I})} = \underbrace{\vec{p}_{SIST_F}} - \underbrace{\vec{p}_{SIST_I}} \end{aligned}$$



El impulso de las fuerzas externas

$$\vec{I}^{F_{\text{externas}}} = \vec{I}^{F_C \text{ sobre } A} + \vec{I}^{F_C \text{ sobre } B} = \vec{p}_{SIST_F} - \vec{p}_{SIST_I}$$

produce el cambio de la cantidad del movimiento del sistema (el impulso de las fuerzas externas cambian la suma de las $\vec{p}$ de las partículas).

Si $\vec{I}^{F_{\text{externas}}} = \vec{0}$ (no actúan fuerzas externas o estas se anulan entre sí) entonces se conserva la cantidad de movimiento del sistema.

$$\vec{p}_{SIST_F} = \vec{p}_{SIST_I} \Rightarrow \vec{p}_{A_F} + \vec{p}_{B_F} = \vec{p}_{A_I} + \vec{p}_{B_I}$$

Si sólo actúan fuerzas internas, los impulsos que producen cambian las $\vec{p}$ de las partículas pero se conserva la cantidad de movimiento del sistema. A este tipo de sistemas se les denomina sistema aislado.

Si al hallar el impulso neto sobre cada partícula del sistema observamos que $|\vec{I}^{F_{\text{interna}}}| \gg |\vec{I}^{F_{\text{externa}}}|$

$$\begin{aligned}
 \vec{I}^{F_B \text{ sobre } A} + \vec{I}^{F_C \text{ sobre } A} &\approx \vec{I}^{F_B \text{ sobre } A} = \vec{p}_{AF} - \vec{p}_{AI} \\
 \vec{I}^{F_A \text{ sobre } B} + \vec{I}^{F_C \text{ sobre } B} &\approx \vec{I}^{F_A \text{ sobre } B} = \vec{p}_{BF} - \vec{p}_{BI}
 \end{aligned}$$

$\vec{0} = \vec{p}_{AF} + \vec{p}_{BF} - \vec{p}_{AI} - \vec{p}_{BI}$

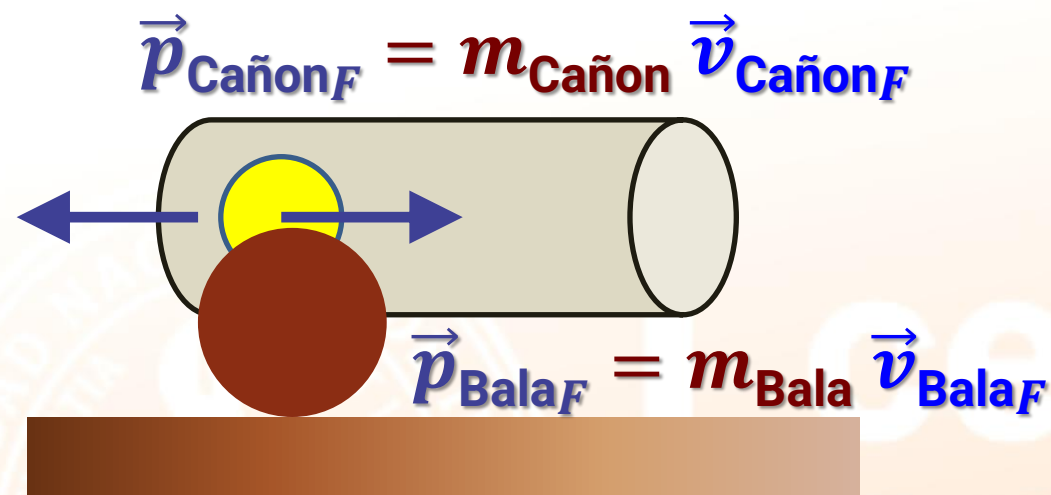
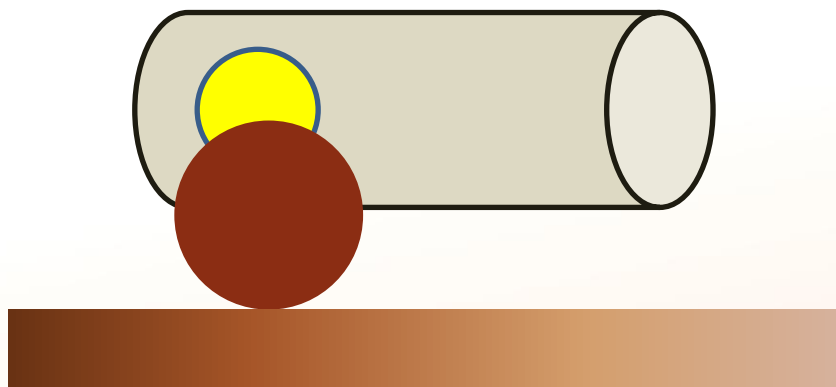
Recordando que
 $\vec{I}^{F_B \text{ sobre } A} = -\vec{I}^{F_A \text{ sobre } B}$

$$\vec{p}_{AI} + \vec{p}_{BI} = \vec{p}_{AF} + \vec{p}_{BF} \Rightarrow \vec{p}_{SIST_I} = \vec{p}_{SIST_F}$$

Algunos eventos donde $|\vec{I}^{F_{\text{interna}}}| \gg |\vec{I}^{F_{\text{externa}}}|$ son las explosiones y las colisiones

Si al inicio la bala y el cañón están en reposo, $\vec{p}_{\text{Cañon}_I} = \vec{p}_{\text{Bala}_I} = \vec{0}$

Bala Cañón

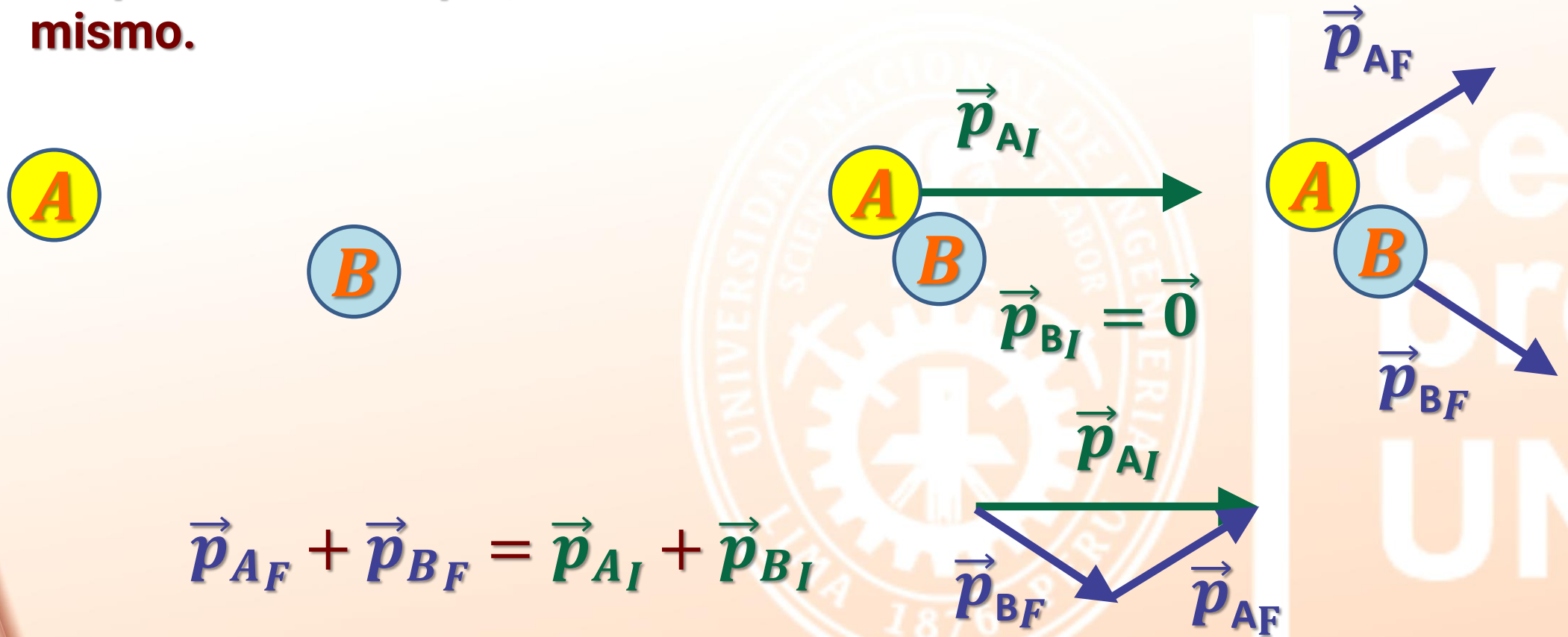


$$\vec{p}_{\text{Bala}_F} + \vec{p}_{\text{Cañon}_F} = \vec{p}_{\text{Cañon}_I} + \vec{p}_{\text{Bala}_I} = \vec{0}$$

$$m_{\text{Bala}} \vec{v}_{\text{Bala}_F} + m_{\text{Cañon}} \vec{v}_{\text{Cañon}_F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_{\text{Cañon}_F} = - \frac{m_{\text{Bala}}}{m_{\text{Cañon}}} \vec{v}_{\text{Bala}_F}$$

CHOQUES O COLISIONES

Evento donde las fuerzas internas son de una magnitud mucho mayor que las fuerzas externas. Por ende un instante antes y un instante después del choque, la cantidad de movimiento del sistema es el mismo.



Analizaremos el caso de las colisiones unidimensionales

A

B

$$\vec{p}_{AF} + \vec{p}_{BF} = \vec{p}_{AI} + \vec{p}_{BI} \Rightarrow m_A \vec{v}_{AF} + m_B \vec{v}_{BF} = m_A \vec{v}_{AI} + m_B \vec{v}_{BI}$$

Quitando los vectores unitarios: $m_A v_{AF} + m_B v_{BF} = m_A v_{AI} + m_B v_{BI}$

De manera que si el cuerpo se mueve hacia la

Derecha: $v (+)$
 Izquierda: $v (-)$

Sin embargo, en las colisiones no necesariamente se conserva la energía cinética del sistema.

Colisión elástica o choque elástico

En este tipo de choque las partículas pueden cambiar su energía cinética pero la energía cinética del sistema (la suma de las energías cinéticas de cada partícula) se mantiene constante.



$$\frac{1}{2}m_A v_{AF}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{BF}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{AI}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{BI}^2 \Rightarrow E_{kSISTF} = E_{kSISTI}$$

La restricción de conservar la energía cinética del sistema, implica que durante la colisión no se emite sonido, calor ni se producen deformaciones permanentes en los cuerpos como consecuencia del impacto.

Colisión inelástica o choque inelástico

En este tipo de choque las partículas pueden cambiar su energía cinética pero la energía cinética del sistema (la suma de las energías cinéticas de cada partícula) se reduce luego de la colisión.

A

B

$$\frac{1}{2} m_A v_{AF}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{BF}^2 < \frac{1}{2} m_A v_{AI}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{BI}^2 \Rightarrow E_{kSISTF} < E_{kSISTI}$$

En estas colisiones una parte o la totalidad de la energía del sistema se transforma en sonido, calor o se invierte en producir deformaciones permanentes en uno o más de los cuerpos.

Existe un caso particular, donde los cuerpos luego de la colisión inelástica viajan juntos ($\mathbf{v}_{AF} = \mathbf{v}_{BF}$) denominada colisión completamente inelástica

A

B

En toda colisión $\vec{p}_{SIST_F} = \vec{p}_{SIST_I} \Rightarrow m_B \mathbf{v}_{BF} + m_A \mathbf{v}_{AF} = m_A \mathbf{v}_{AI} + m_B \mathbf{v}_{BI}$

En general, en toda colisión $E_{kSIST_F} \leq E_{kSIST_I}$

$$\frac{1}{2} m_A \mathbf{v}_{AF}^2 + \frac{1}{2} m_B \mathbf{v}_{BF}^2 \leq \frac{1}{2} m_A \mathbf{v}_{AI}^2 + \frac{1}{2} m_B \mathbf{v}_{BI}^2$$

¿Debemos calcular energía cinética de todas las partículas para determinar que tipo de colisión es?

$$\frac{1}{2}m_A v_{AF}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{BF}^2 \leq \frac{1}{2}m_A v_{AI}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{BI}^2 \quad m_A v_{AF} + m_B v_{BF} = m_A v_{AI} + m_B v_{BI}$$

$$\frac{1}{2}m_A (v_{AF}^2 - v_{AI}^2) \leq \frac{1}{2}m_B (v_{BI}^2 - v_{BF}^2) \quad m_A (v_{AF} - v_{AI}) = m_B (v_{BI} - v_{BF})$$

$$\frac{\cancel{\frac{1}{2}m_A} (v_{AF}^2 - v_{AI}^2)}{\cancel{m_A} (v_{AF} - v_{AI})} \leq \frac{\cancel{\frac{1}{2}m_B} (v_{BI}^2 - v_{BF}^2)}{\cancel{m_B} (v_{BI} - v_{BF})} \Rightarrow v_{AF} + v_{AI} \leq v_{BI} + v_{BF}$$

$$v_{AF} - v_{BF} \leq v_{BI} - v_{AI} \Rightarrow \boxed{\frac{v_{AF} - v_{BF}}{v_{BI} - v_{AI}}} \leq 1$$

En este resultado; $\frac{v_{A_F} - v_{B_F}}{v_{B_I} - v_{A_I}} \leq 1$; no debemos olvidar que la igualdad sólo se da para la colisión elástica. a la expresión $\frac{v_{A_F} - v_{B_F}}{v_{B_I} - v_{A_I}}$ se llama coeficiente de restitución y se simboliza con la letra ***e***, de manera que

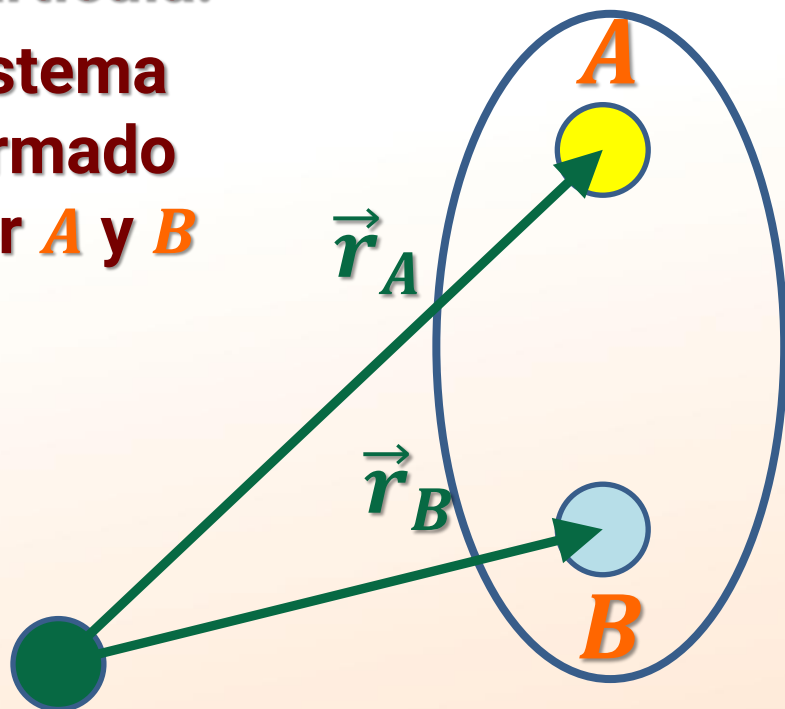
$$e = \frac{v_{A_F} - v_{B_F}}{v_{B_I} - v_{A_I}} \leq 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} e = 1, \text{ Choque elástico} \\ 0 < e < 1, \text{ Choque inelástico} \\ e = 0, \text{ Choque completamente inelástico} \end{array} \right.$$

Con el coeficiente de restitución y la conservación de la cantidad de movimiento del sistema, podemos hallar las velocidades de cada partícula luego de la colisión.

CENTRO DE MASA

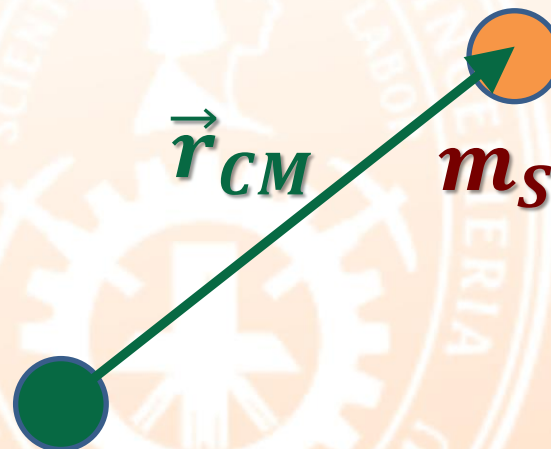
Un sistema se puede representar por una sola partícula, de manera que las cantidades físicas del sistema sean las mismas para esta partícula.

Sistema formado por **A** y **B**



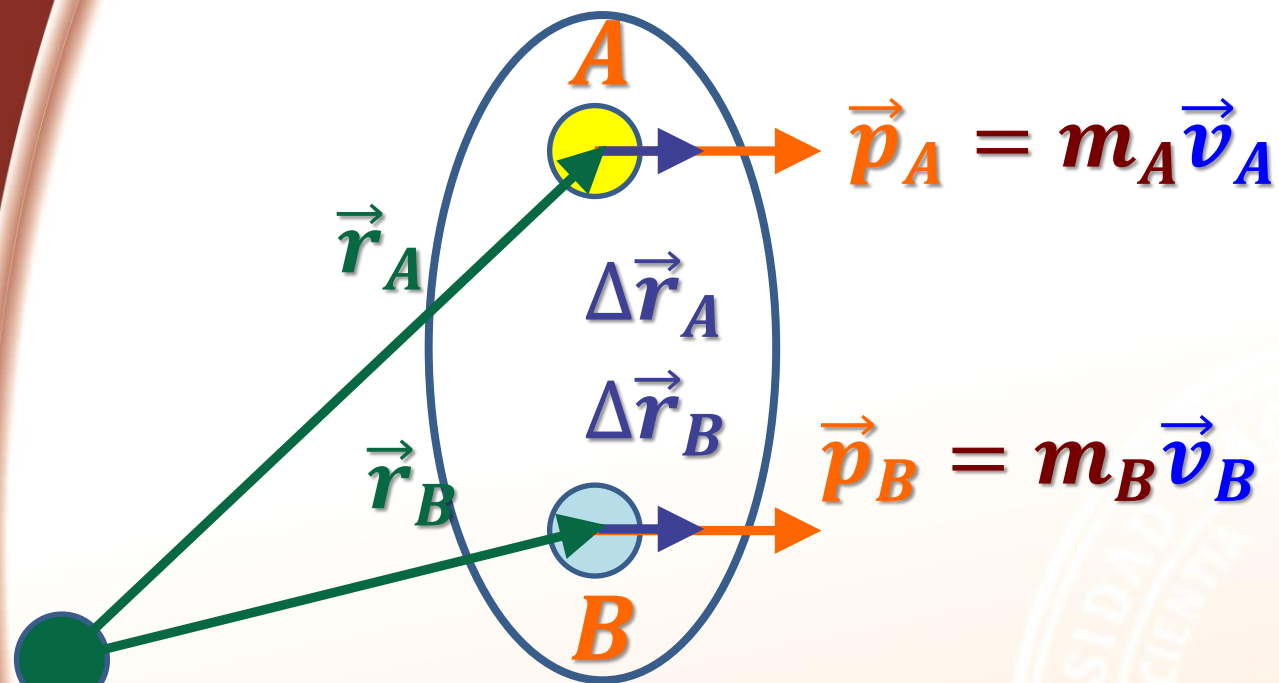
Sistema de referencia

Como esta partícula tiene toda la masa del sistema, a su posición se le denomina centro de masa.

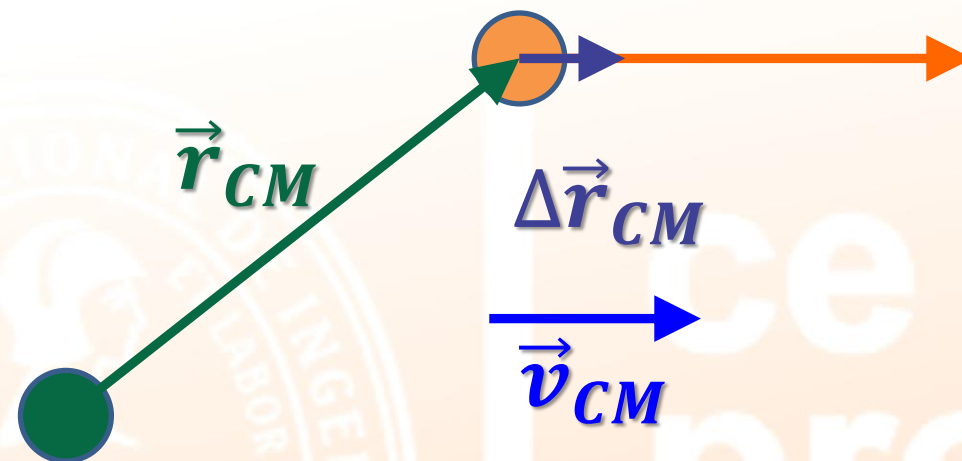


Mismo sistema de referencia

$$m_{SIST} = m_A + m_B$$



$$\vec{p}_{SIST} = m_{SIST} \vec{v}_{CM}$$



$$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{p}_{SIST}}{m_{SIST}} = \frac{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B}$$

Multiplicando por Δt pequeño

$$\Delta \vec{r}_{CM} = \frac{m_A \Delta \vec{r}_A + m_B \Delta \vec{r}_B}{m_A + m_B} \Rightarrow$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_A \vec{r}_A + m_B \vec{r}_B}{m_A + m_B}$$

Y si analizamos el cambio de velocidad en un Δt muy pequeño

$$\Delta \vec{v}_{CM} = \frac{m_A \Delta \vec{v}_A + m_B \Delta \vec{v}_B}{m_A + m_B} \quad \text{dividiendo entre dicho } \Delta t$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{m_A \vec{a}_A + m_B \vec{a}_B}{m_A + m_B} = \frac{\vec{F}_{RA} + \vec{F}_{RB}}{m_A + m_B} = \frac{\sum \vec{F}^{\text{externas}}}{m_{SIST}}$$

Igualamos $\vec{F}_{RA} + \vec{F}_{RB} = \sum \vec{F}^{\text{externas}}$ porque las fuerzas internas (pares acción - reacción) al sumarse se anulan entre sí. Si $\sum \vec{F}^{\text{externas}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_{CM} = \vec{0}$, es decir el centro de masa está o en reposo o en MRU respecto de Tierra. Pero no significa que las partículas del sistema estén necesariamente en reposo o en MRU. Si el centro de masa está o en reposo o en MRU respecto de Tierra, implica que $\vec{p}_{SIST} = m_{SIST} \vec{v}_{CM}$ es constante.

Un hombre de masa m inicialmente en reposo sobre un bote homogéneo de longitud ℓ y de masa M , que también está en reposo. Si el hombre comienza a caminar hasta llegar al otro extremo del bote, cuanto se desplaza el bote. Ignore la fricción del agua sobre el bote.



Como al inicio, tanto la persona como el bote estaban en reposo, $\vec{p}_{SIST}$ es cero inicialmente y por lo tanto $\vec{v}_{CM} = \vec{0}$, y como $\sum \vec{F}^{externas} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_{CM} = \vec{0}$

Con esto concluimos que el centro de masa no se mueve.
Colocando el índice P para la persona y B para el bote.

$$\Delta \vec{r}_{CM} = \frac{m_P \Delta \vec{r}_P + m_B \Delta \vec{r}_B}{m_P + m_B} = \vec{0} \Rightarrow m_P \Delta \vec{r}_P + m_B \Delta \vec{r}_B = \vec{0}$$

$$m(\ell - d)(\hat{i}) + M(d)(-\hat{i}) = \vec{0}$$

$$d = \frac{m\ell}{m + M}$$

$$\Delta \vec{r}_B = \frac{m\ell}{m + M}(-\hat{i})$$

